FHW
M. Steinmetz

FINANCIAL ENGINEERING

SS 2000

1. DIE ZINSKURVE

1.1. Das Barwertkonzept

Der Barwert eines Finanzinstruments definiert sich als Erwartungswert seiner zukünftigen Zahlungen.

Die Bildung des Erwartungswertes erfolgt unter dem Wahrscheinlichkeitsmaß der realen Welt.

In einem arbitragefreien Markt müssen Marktpreise mit diesem Erwartungswert, dem Barwert übereinstimmen.

Der Barwert eines risikolosen, d.h. fixen Zahlungsstroms zum Zeitpunkt *T* ist jener Betrag, den wir heute investieren müssen, um in *T* genau den Betrag in Höhe des fixen Zahlungsstroms zu erhalten.

Der Barwert des Zahlungsstroms 1 zum Zeitpunkt *t* bezeichnen wir als Diskontfaktor *D(t)*.

Die Barwertermittlung von fixen Zahlungen erfolgt durch simple Multiplikation der Zahlungen mit dem jeweiligen Diskontfaktor.

Hängt ein Finanzinstrument von variablen, aus heutiger Sicht unbekannten Zahlungen ab, so ist dieser Ansatz zu erweitern.

Für bestimmte Finanzinstrumente läßt sich ein risikoloses Hedge Portfolio konstruieren.

Dieses Portfolio besteht aus dem zu bewertenden Instrument und aus weiteren Instrumenten (Hedgegeschäften), die zu aktuellen Marktkonditionen abgeschlossen werden.

Da das Portfolio risikolos ist und somit aus fixen Zahlungsströmen besteht, läßt sich der Barwert des Portfolios über die Diskontfaktoren bestimmen.

Die Hedgegeschäfte wurden zu Marktpreisen abgeschlossen und haben so einen Barwert von null.

Der Barwert des zu bewertenden Instruments ist also gleich dem Barwert des Portfolios.

Für Optionen und Exotische Produkte existiert im Allgemeinen kein statischer, risikoloser Hedge.

In diesen Fällen muß das Hedge-Portfolio derart dynamisch angepaßt werden, daß es für beliebig kleine Zeitintervalle risikolos ist.

Der Barwert derartiger Produkte ist jener Betrag, der aus heutiger Sicht notwendig ist, um das Portfolio risikolos zu halten.

1.2. Die Diskontfaktorkurve

Die Diskontfaktorkurve enthält die gesamte Information um “deterministische” Zinsprodukte zu bewerten und ermöglicht so den fairen Vergleich unterschiedlicher Instrumente.

Es gibt verschiedene Darstellungsformen, die das gleiche Maß an Information enthalten:

Diskontfaktorkurve
Zinskurve (Term Structure)
Zero Zinssätze
Marktdaten

Da Diskontfaktoren und Zero Zinssätze im Markt nicht beliebig beobachtbar sind, werden Marktpreise von geeigneten, beobachtbaren Finanzinstrumenten zum Aufbau der Zinskurve verwendet.

Welche Instrumente stehen für den Aufbau der Diskontfaktorkurve zur Verfügung?

- Anleihen

- Geldmarkt Geschäfte

- Forward Rate Agreements

- Euro Futures

- Interest Rate Swaps

1.3. Anleihen

Die Rendite einer Anleihe ist jener Zinssatz, der die zukünftigen Zahlungsströme der Anleihe derart diskontiert, daß sich der aktuelle Marktpreis ergibt.

$$P = \frac{c_1}{(1+y)} + \frac{c_2}{(1+y)^2} + ... + \frac{(c_n + 100)}{(1+y)^n}$$

Vorteil:
einfach zu berechnen
brauchbares Maß für den Ertrag der Anleihe

Nachteil:
Wiederveranlagungsrisiko
Problem der flachen Zinskurve
Bonität des Schuldners
Liquidität der Anleihe
Steuerliche Effekte

=> für den Aufbau der Zinskurve nur bedingt geeignet!

1.4. Geldmarkt Geschäfte

Zur Berechnung der Diskontfaktoren stehen Interbank Depot Sätze (EURIBOR) für Laufzeiten von Overnight bis 12 Monate zur Verfügung.

Diese werden jeweils 2 Tage vor Beginn der Laufzeit fixiert und am Ende der Laufzeit, zum Zeitpunkt der Kapitalrückführung bezahlt.

Aus dem Zero Zinssatz *z(t)* läßt sich zum Zeitpunkt *t(0)* unmittelbar der Diskontfaktor *D(t)* zum Zeitpunkt *t* ermitteln:

$$D(t) = \frac{1}{\left(1 + z(t) \cdot (t - t_0)\right)}$$

1.5. Daycount Convention

Für die Berechnungsart der Zinstage einer gegebenen Periode gibt es folgende Varianten:

act/360
Anzahl der Tage dividiert durch 360

act/365
Anzahl der Tage dividiert durch 365

act/act
Anzahl der Tage der Periode die in ein Schaltjahr fallen dividiert durch 366, plus Anzahl der Tage die nicht in ein Schaltjahr fallen dividiert durch 365

30/360
Anzahl der Tage, wobei volle Monate mit 30 Tagen gezählt werden, dividiert durch 360

1.6. Business Day Convention

Fällt ein Zinszahlungstermin auf ein Wochenende oder einen Feiertag, so wird dieser gemäß folgender Regeln modifiziert.

Following
nächster Bankarbeitstag

Preceding
vorheriger Bankarbeitstag

Modified Following
wie Following, wenn der modifizierte Tag jedoch in ein neues Monat fallen würde, dann Preceding

1.7. Forward Rate Agreement

Ein Forward Rate Agreement ist eine Vereinbarung zweier Parteien über die Höhe eines Zinssatzes einer zukünftigen Periode.

Diesen fixen Satz bezeichnen wir als FRA Satz, die zukünftige Periode als FRA Periode und die Periode von heute bis zum Beginn der FRA Periode als Vorlaufperiode.

Am Beginn der FRA Periode tauschen die beiden Partner die mit dem aktuellen EURIBOR diskontierte Differenz zwischen EURIBOR und vereinbarten FRA Satz aus.

Dies ist wirtschaftlich gleichwertig mit dem Austausch von EURIBOR und FRA Satz am Ende der FRA Periode.

Im Markt werden FRA Sätze mit einer Zinsperiode von meist 3 oder 6 Monaten bis zu einer Gesamtlaufzeit von 2 Jahren gehandelt.

Durch ein simples statisches Hedge Argument ergibt sich über der No Arbitrage Bedingung aus dem bereits errechneten Diskontfaktor *D(t)* und dem FRA Satz *f(t,s)* der Diskontfaktor *D(s)*.

Wir investieren heute eine Einheit bis zum Zeitpunkt *t* am Geldmarkt zu *z(t)* und veranlagen dann diesen Endbetrag bis zum Zeitpunkt *s* am Geldmarkt zu EURIBOR.

Das Zinsänderungsrisiko sichern wir uns bereits heute durch den Abschluß eines FRA zur Kondition *f(t,s)* ab. Der Endbetrag zum Zeitpunkt *s* ist daher fix.

Veranlagen wir heute denselben Ausgangsbetrag am Geldmarkt zu *z(s)* bis *s*, so muß sich nach der Arbitragefreiheit genau derselbe Endbetrag ergeben.

$$\left(1 + z(t)\cdot(t - t_0)\right)\cdot\left(1 + f(t,s)\cdot(s - t)\right) =$$

$$= \left(1 + z(s)\cdot(s - t_0)\right)$$

$$\frac{1}{D(t)}\cdot\left(1 + f(t,s)\cdot(s - t)\right) = \frac{1}{D(s)}$$

$$D(s) = \frac{D(t)}{1 + f(t,s)\cdot(s - t)}$$

1.8. Euro Futures

Der Preis eines Euro Futures wird am Liefertermin mit 100.00 - 3M EURIBOR festgelegt, wobei der EURIBOR an diesem Tag fixiert wird.

Der heutige Futures Preis mit Lieferzeitpunkt *t* ergibt sich daher näherungsweise als

$$P(t,s) \approx 100.00 - f(t,s) \quad ,$$

wobei üblicherweise *s = t + 3 Monate* ist.

Der EURIBOR wird an demselben Tag fixiert, an dem die (nicht diskontierte!) Zahlung stattfindet. Daher existiert im Unterschied zum FRA beim Euro Future kein risikoloser, statischer Hedge.

Darüber hinaus wird der Future während der Laufzeit Marked to Market bewertet und Variation Margin ist zu hinterlegen.

Der Preis des Futures hängt daher vom stochastischen Verhalten der Zinskurve ab.

Wir definieren die Futures Rate als

$$F(t,s) := 100.00 - P(t,s)$$

Um Geldmarkt Futures korrekt zu bewerten und die impliziten Forward Rates zu bestimmen, muß ein stochastisches Model für die Term Structure spezifiziert werden.

Convexity Adjustment

Sind die absoluten Volatilitäten aller Forward Rates gleich und konstant (Flesaker, 1993), so ergibt sich folgende Beziehung zwischen Futures Rates *F(t,s)* und Forward Rates *f(t,s)*:

$$F(t,s) = f(t,s) + s^2 (t - t_0)(s - t_0) + \frac{s^2}{2}(t - t_0)^2$$

Da der rechte Ausdruck für Volatilität ungleich null stets positiv ist, werden Futures Rates ohne Convexity Adjustment unterschätzt.

Der faire Marktpreis Preis des Futures liegt unter 100.00 – *f(t,s)*.

1.9. Interest Rate Swaps

Ein Interest Rate Swap ist die Vereinbarung zweier Parteien Zinszahlungen über festgelegte Nominalbeträge während einer bestimmten Laufzeit auszutauschen.

Üblicherweise besteht eine Seite aus fixen Zinszahlungen, während die andere (variable) Seite an den Geldmarkt gebunden ist.

Der Käufer eines Interest Rate Swaps bezahlt den fixen Zinssatz und empfängt den variablen Satz.

Der Verkäufer eines Interest Rate Swaps empfängt den fixen Zinssatzund bezahlt den variablen Satz.

Für dieses Tauschgeschäft gibt es wirtschaftlich gleichwertige Interpretationsarten:

Austausch von variablen und fixen Zinszahlungen,

Austausch eines Fixzinskredits und eines variablen Kredits,

- Serie von Forward Rate Agreements

Fix verzinste Anleihe mit passender Finanzierung am Geldmarkt

Longposition einer fix verzinsten Anleihe und Shortposition eines Geldmarktfloaters

Ein Serie von Geldmarkt Geschäften zu EURIBOR (variabler Roll Over Kredit) entspricht den Marktkonditionen und hat daher einen Barwert von null.

Dem Barwert der variablen EURIBOR Zahlungen entspricht demnach die Kapitalzahlung am Beginn minus der diskontierten Kapitalzahlung am Ende der Laufzeit.

Bei der Ermittlung des Barwerts des Swap können die variablen Zinszahlungen durch die Kapitalbeträge am Beginn und am Ende der Laufzeit ersetzt werden.

Mit Hilfe der gegebenen Diskontfaktoren *D(t(0)), D(t(1)),…, D(t(n-1))* und dem *n* - jährigen Swapsatz *i(n)* mit jährlichen, fixen Zahlungen läß sich folgende Gleichung aufstellen:

$$D(t_0) - D(t_n) =$$

$$= i_n \cdot D(t_1)(t_1 - t_0) + ... + i_n \cdot D(t_n)(t_n - t_{n-1})$$

Somit ergibt sich der Diskontfaktor *D(t(n))* für *t(0)=0* zu:

$$D(t_n) =$$

$$= \frac{1 - i_n \cdot \left(D(t_1)(t_1 - t_0) + ... + D(t_{n-1})(t_{n-1} - t_{n-2}) \right)}{1 + i_n (t_n - t_{n-1})}$$

Wir betrachten eine zukünftige Periode und ersetzen den variablen – aus heutiger Sicht unbekannten – Zinssatz durch die Forward Rate.

$$f(t,s) = \frac{1}{s-t}\left(\frac{D(t)}{D(s)} - 1\right)$$

Aufgrund von No Arbitrage Überlegungen analog zum FRA stimmt der Barwert des variablen (unbekannten) Zinssatzes mit der diskontierten Forward Rate überein.

Man kann also für die Barwertbestimmung die unbekannten Zinssätze des Swaps durch Forward Rates ersetzen und diese mit den Diskontfaktoren diskontieren.

Achtung!
Das Ersetzen des variablen Zinssatzes durch die Forward Rate ist nicht allgemein anwendbar.

Überall dort wo die Zinsperiode nicht mit der Periode des variablen Zinssatzes übereinstimmt (CMS Swaps), oder der Zeitpunkt des Fixings nicht am Beginn der Zinsperiode liegt (In Arrears Swaps) gibt es keinen risikolosen, statischen Hedge.

1.10. Interpolation

In den entwickelten Swapmärkten sind Swapsätze in jährlichen Abständen für Laufzeiten bis 10 Jahre, darüber hinaus für 12, 15, 20, 25, 30, 40 und 50 Jahre verfügbar.

Zur Berechnung des 12-jährigen Diskontfaktors sind neben dem 12 Jahres Swapsatz Diskontfaktoren bis zum Jahr 11 notwendig.

Aus den beobachtbaren Swapsätzen müssen durch Interpolation Sätze in jährlichen Intervallen bestimmt werden.

Durch Lineare Interpolation entsteht zwar eine stetige, aber nicht differenzierbare Forward Rate Kurve, die Kurve der instantaneous Forward Rates ist sogar unstetig. Glatte Forward Rate Kurven erhält man bei aufwendigeren Interpolationsmethoden wie z.B. Cubic Splines.

1.11. Jährliche Zero Zinssätze

Bei Zero Zinssätzen werden die angelaufenen Zinsen am Ende der Laufzeit ausgeschüttet.

Die interne Verzinsungsperiode gibt an, in welchen Abständen die Zinsen berechnet werden.

Diese werden aber zwischendurch nicht ausgeschüttet, sondern zum gleichen Zinssatz weiter veranlagt.

Der Zero Zinssatz $z(t)$ enthält die gleiche Information wie der Diskontfaktor $D(t)$, nur anders dargestellt.

Für Laufzeiten über einem Jahr gelten für den jährlichen Zero Zinssatz *z(t)* und den Diskontfaktor *D(t)* folgende Transformationsregeln:

$$D(t) = \frac{1}{\left(1 + z(t)\right)^{(t-t_0)}}$$

sowie

$$z(t) = \frac{1}{\sqrt[t-t_0]{D(t)}} - 1 \quad .$$

Bei unterjährigen Laufzeiten werden die Zero Zinsen analog zum Geldmarkt berechnet:

$$D(t) = \frac{1}{\left(1 + z(t) \cdot (t - t_0)\right)}$$

sowie

$$z(t) = \frac{1}{t - t_0}\left(\frac{1}{D(t)} - 1\right) \quad .$$

1.12. Kontinuierliche Zerozinssätze

Die interne Verzinsungsperiode des kontinuierlichen Zero Zinssatzes ist unendlich klein, Zinsen werden also permanent berechnet und wiederveranlagt.

Für die Exponentialfunktion gilt folgender mathematischer Grenzwert:

$$e^x = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n$$

oder speziell

$$e^{r(t)\cdot(t-t_0)} = \lim_{n\to\infty}\left(1+r(t)\frac{t-t_0}{n}\right)^n \quad .$$

Die Periode [*t(0)*, *t*] unterteilen wir in *n* gleich große interne Verzinsungsperioden und lassen dann *n* gegen unendlich gehen.

Somit ergeben sich für den kontinuierlichen Zerosinssatz *r(t)* und den Diskontfaktor *D(t)* folgende Transformationsregeln:

$$r(t) = \frac{-1}{t - t_0} \ln\{D(t)\}$$

sowie

$$D(t) = e^{-r(t)\cdot(t-t_0)} \quad .$$

Diese Darstellungsform findet wegen ihrer wirtschaftlichen Interpretation, und der einfachen Rechenregeln der Exponentialfunktion halber Verwendung.

Diskontfaktoren zwischen zwei Stützpunkten erhält man durch lineare Interpolation der benachbarten kontinuierlichen Zero Zinssätze und Transformation gemäß obiger Formel.

1.13. Überblick

Folgende Arten von Zinssätze sind uns bis jetzt begegnet:

$y(t)$	Anleiherendite
$i(t)$	Swapsatz
$z(t)$	jährlicher Zero Zinssatz
$r(t)$	kontinuierlicher Zero Zinssatz
$f(t, s)$	Forward Zinssatz

Diese Zinssätze werden durch folgende Merkmale charakterisiert:

Laufzeit
Zahlungsperiode
interne Verzinsungsperiode
Startzeitpunkt
Day Count Convention
Business Day Convention

2. SWAPS IN DER PRAXIS

2.1. Einleitung

Im folgenden werden wir deterministische Zinsderivate mit einer gegebenen Zinskurve bewertet und einfache Näherungsverfahren herleiten.

Um die Terminologie überschaubar zu halten, gelten in den folgenden Kapitel vereinfachte Annahmen:

- Zinszahlungen finden, wenn nicht anders angegeben jährlich statt

- volle Jahre werden mit 1 gerechnet

- die Zeitpunkte werden mit 1,.., n bezeichnet

- der Startzeitpunkt $t(0) = 0$.

2.2. Annuität

In den kommenden *n* Jahren erhalten wir jeweils am Ende eines abgelaufenen Jahres einen fixen Cashflow in der Höhe von 1. Der Barwert (Present Value) dieser Zahlungsstöme errechnet sich unmittelbar aus den Diskontfaktoren.

$$A_n := PV = D_1 + ... + D_n$$

Analog zum Renditekonzept von Anleihen läßt sich der Barwert dieser Annuität auch mit einem konstanten Zinssatz $y(n)$ berechnen.

$$A_n(y_n) = \frac{1}{1+y_n} + \ldots + \frac{1}{(1+y_n)^n} =$$

$$= \frac{1}{1+y_n}\left\{1 + \ldots + \left(\frac{1}{1+y_n}\right)^{n-1}\right\} =$$

$$= \frac{1}{1+y_n} \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+y_n}\right)^n}{1-\left(\frac{1}{1+y_n}\right)} \Rightarrow$$

$$A_n(y_n) = \frac{1}{y_n} \cdot \left\{1-\left(\frac{1}{1+y_n}\right)^n\right\}$$

Die unmittelbare Bestimmung des korrekten Wertes von *y(n)* aus den Marktdaten ist nicht möglich.

Im Allgemeinen wird der flache Zinssatz *y(n)* von *i(n)* und *z(n)* abweichen.

Für simple erste Näherungen können wir für *y(n)* den beobachtbaren Swapsatz *i(n)* einsetzen.

Die so "mißbrauchte" Annuitätenformel kann kein exaktes Ergebnis liefern, insbesondere ist die Näherung bei extremen Formen der Zinskurve (sehr steil oder sehr invers) mit Vorsicht zu verwenden.

Ist der Zero Zinssatz *z(n)* bekannt, so kann wegen

$$1 = i_n \cdot D_1 + ... + i_n \cdot D_n + D_n$$

und

$$1 = \frac{z_n}{(1+z_n)} + ... + \frac{z_n}{(1+z_n)^n} + \frac{1}{(1+z_n)^n}$$

der Barwert der Annuität exakt aus der Annuitätenformel mit *z(n)* über folgende Beziehung errechnet werden:

$$A_n(y_n) = \frac{z_n}{i_n} \cdot A_n(z_n)$$

2.3. Barwert eines IRS

Der Barwert eines n-jährigen IRS mit Spot Start und Fixzinssatz i läßt sich auf mehrere Arten ausdrücken:

$$PV = i \cdot D_1 + ... + i \cdot D_n + D_n - D_0$$

oder über die Forward Rates

$$PV = \left[i - f_{0,1}\right] \cdot D_1 + ... + \left[i - f_{n-1,n}\right] \cdot D_n$$

oder als Annuität

$$PV = \left[i - i_n\right] \cdot D_1 + ... + \left[i - i_n\right] \cdot D_n \quad .$$

Als Näherung ergibt sich somit:

$$PV = (i - i_n) \cdot A_n(y_n) \approx (i - i_n) \cdot A_n(i_n)$$

2.4. Forward Starting Swaps

Der faire Fixzinssatz *i(k,n)* eines in der Zukunft startenden Swaps mit Startdatum *k* und Enddatum *n* ergibt sich aus der Bedingung

$$PV = i_{k,n} \cdot \left[D_{k+1} + ...D_n\right] + D_n - D_k = 0$$

zu

$$i_{k,n} = \frac{D_k - D_n}{D_{k+1} + ... + D_n} \quad .$$

Das Zinsänderungsrisiko des Forward Starting Swaps läßt sich durch einen gleichartigen spot startenden Swap bis zum Startdatum und einen gegenläufigen spot startenden Swap bis zum Enddatum absichern.

Der Barwert der verbleibenden fixen Zahlungen muß definitionsgemäß null ergeben.

Aus den vergleichbaren Spot startenden Swaps folgt:

$$0 = i_k \cdot \left[D_1 + ... + D_k\right] + D_k - D_0$$

$$0 = i_n \cdot \left[D_1 + ... + D_n\right] + D_n - D_0$$

Durch geeignete Subtraktion erhält man

$$0 = (i_n - i_k)\left[D_1 + .. + D_k\right] + (i_n - i_{k,n})\left[D_{k+1} + .. + D_n\right]$$

und schließlich:

$$i_{k,n} = i_n + (i_n - i_k)\frac{D_1 + ... + D_k}{D_{k+1} + ... + D_n}$$

Ersetzt man *y(k)* durch *i(k)* und *y(k,n)* durch *i(k,n)*, so ergibt sich folgende interative Näherungsformel:

$$i_{k,n} \approx i_n + (i_n - i_k) \cdot \frac{1}{D_k} \cdot \frac{A_k(i_k)}{A_{n-k}(i_{k,n})}$$

mit Startwert

$$i_{k,n} \approx i_n + (i_n - i_k) \cdot \frac{k}{n-k} = \frac{i_n \cdot n - i_k \cdot k}{n-k}$$

2.5. Forward Rates

Zur Bestimmung der Forward Rate der Periode [k, k+1] wenden wir obige Formel an.

$$f_{k,k+1} = \frac{D_k}{D_{k+1}} - 1 \quad .$$

Und als iterative Näherung erhalten wir

$$f_{k,k+1} \approx i_{k+1} + (i_{k+1} - i_k) \cdot \frac{A_k(i_k)}{D_k} \cdot (1 + f_{k,k+1})$$

mit Startwert

$$f_{k,k+1} \approx i_{k+1} \cdot (k+1) - i_k \cdot k$$

Mit Hilfe der kontinuierlichen Zero Zinssätze läßt sich die kontinuierliche Forward Rate einfach und anschaulich ausdrücken:

$$r_{k,k+1} := -\ln\left\{\frac{1}{1+f_{k,k+1}}\right\} = -\ln\left\{\frac{D_{k+1}}{D_k}\right\} =$$

$$= \ln(D_k) - \ln(D_{k+1}) = \left(-k \cdot r_k\right) - \left(-(k+1) \cdot r_{k+1}\right) =$$

$$= (k+1) \cdot r_{k+1} - k \cdot r_k$$

2.6. Cross Currency Swap

Im Rahmen eines Cross Currency Swaps werden Zinszahlungen in zwei unterschiedlichen Währungen ausgetauscht.

Zusätzlich findet am Beginn und am Ende der Laufzeit ein Austausch der Kapitalbeträge statt, wobei die Umrechnung der Beträge zum gleichen Wechselkurs erfolgt.

Der Cross Currency Swap kann als Austausch zweier Kredite in unterschiedlichen Währungen interpretiert werden.

Betreffend der Zinszahlungen sind vier Varianten möglich:

fix ⇔ fix
fix ⇔ variabel
variabel ⇔ variabel
variabel ⇔ fix .

Den Barwert eines Cross Currency Swaps erhält man in zwei Schritten:

In beiden Währungen ermittelt man den Barwert der zukünftigen Zahlungen, wobei auch der Kapitalbetrag am Ende der Laufzeit berücksichtigt werden muß.

Variable Zinszahlungen können dabei analog zu Interest Rate Swaps durch ihre Forward Rates ersetzt werden.

Die beiden Barwerte werden anschließend mit der aktuellen FX Spot Rate aufgerechnet.

Der Barwert eines Cross Currency Swaps ist im Allgemeinen von den Swapsätzen der beiden Währungen und vom aktuellen FX Kurs abhängig.

2.7. Basis Swap

Eine Sonderform des Cross Currency Swaps stellt der Basis Swap dar.

Dabei sind beide Zinszahlungen an den Geldmarkt der jeweiligen Währung gebunden.

Theoretisch müßte z.B. der Basisswap (mit Kapitaltausch!) EUR EURIBOR gegen USD LIBOR stets einen Barwert von null haben.

In der Praxis können jedoch Bonitätsrisken und Kreditüberlegungen die tatsächliche Marktkondition des Basisswaps stark beeinflussen.

2.8. Diskontfaktor Beispiel

Berechnen Sie den 9 Monats Diskontfaktor aus dem 3 Monats EURIBOR und dem 3/9 FRA unter Berücksichtigung der Day Count und Business Day Conventions.

2.9. FRA Beispiel

Ihr Unternehmen benötigt in 3 Monaten einen Kredit über 10 Mio. EUR für eine Periode von 6 Monaten.

Errechnen Sie den arbitragefreien Zinssatz aus den EURIBOR Fixings und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem im Markt quotierten FRA Satz.

Welche Geschäfte schließen Sie zu welchem Zeitpunkt ab?

Erstellen Sie eine Übersicht aller Cashflows.

2.10. FRA Beipiel

Sie sind überzeugt, daß die Europäische Zentralbank die Geldmarktzinsen im Laufe des nächsten Quartals erhöhen wird und überlegen ein 3/6 FRA über 10 Mio. EUR spekulativ einzusetzen.

Welche Position gehen Sie ein?

Wo liegt Ihr Break Even?

Wie hoch ist Ihr Gewinn, wenn die Zinsen nach 3 Monaten tatsächlich 25bp über dem Break Even Satz liegen?

2.11. Fwd Rate Beispiel

Berechnen Sie aus der gegebenen Zinskurve die Forward Rate für die Periode mit Startdatum in 9 Jahren und Enddatum in 10 Jahren.

Vergleichen Sie das Ergebnis mit den 9- und 10-jährigen Swapsätzen.

2.12. IRS Beispiel

Ihr Unternehmen muß für einen 10 jährigen Kredit über 10 Mio. EUR einen Kreditaufschlag von 50 bp bezahlen.

Wie lauten die Kreditkonditionen auf variabler und fixer Zinsbasis?

Geben Sie die Sätze für die erste Zinsperiode an.

Unter welchen Markterwartungen werden Sie sich für die eine oder andere Variante entscheiden?

2.13. IRS Beispiel

Zur Finanzierung einer neuen Werkshalle hat Ihr Unternehmen vor einigen Jahren einen Kredit über 20 Mio. EUR aufgenommen.

Die Kondition lautet 6% fix, die Restlaufzeit beträgt heute 10 Jahre.

Da Sie mit niedrigen Geldmarktzinsen rechnen, überlegen Sie in eine variable Zinsvereinbarung umzusteigen.

Berechnen Sie die variable Kondition und analysieren Sie unter welchen Umständen der Umstieg sinnvoll sein wird.

Weiters sind die Kosten eines vorzeitigen Ausstiegs aus der Kreditvereinbarung zu bestimmen (Kreditmarge sei 50bp p.a.).

2.14. IRS Beispiel

Sie erwägen den Kauf einer 7-jährigen Fixkupon Anleihe eines osteuropäischen Schuldners mit aktueller Rendite von 9,00% jährlich.

Da Sie unsicher sind, ob Sie die Anleihe bis zur Fälligkeit halten wollen, finanzieren Sie den Kaufpreis der Anleihe kurzfristig, d.h. Sie nehmen einen variablen Kredit auf.

Um das so entstandene Zinsänderungsrisiko abzusichern, treten Sie in einen Interest Rate Swap ein.

Zu welcher Kondition können Sie das Asset Swap Paket erwerben?

2.15. IRS Beispiel

Sie sind für eine Regionalbank tätig und planen eine 10-jährige Anleihe über 50 Mio. EUR zu begeben.

Ihr Haus wird mir einem Kreditaufschlag von 20bp über EURIBOR bewertet.

Sie sind daher bereit für die Ihnen zur Verfügung stehenden Mittel EURIBOR+20bp zu bezahlen.

Berechnen Sie den Kupon der Anleihe wenn Sie diese zu einem Kurs von 100,00 bzw. von 100,50 verkaufen wollen.

2.16. IRS Beispiel

Ihr Unternehmen plant in 3 Jahren einen Kredit mit Laufzeit 5 Jahre aufzunehmen.

Da das heutige Zinsniveau attraktiv scheint, überlegen Sie bereits heute in eine entsprechende Fixzinsvereinbarung einzutreten.

Berechnen Sie den fairen 3/5 Forward Swap Satz aus der gegeben Swapkurve.

Vergleichen Sie das Resultat mit den aktuellen Swapsätzen für 3 und 8 Jahre.

2.17. CCS Beispiel

Sie sind als Treasurer für einen internationalen Konzern tätig. Ein asiatisches Tochterunternehmen benötigt einen Kredit über 100 Mio. USD für 10 Jahre.

Das Mutterunternehmen bekommt derzeit einen subventionierten EUR Kredit über das gewünschte Volumen zu einer Kondition von 4,00% fix.

Würden Sie den EUR Kredit in Anspruch nehmen, die EUR heute in USD wechseln und an die Tochter weitergeben, so würden Sie ein EUR/USD Wechselkursrisiko in 10 Jahren eingehen.

Sie planen dieses Risiko mit einem EUR/USD Cross Currency Swap abzusichern.

Wie lauten die Konditionen für den USD Kredit auf variabler und fixer Zinsbasis?

2.18. CCS Beispiel

Ihr Unternehmen hat derzeit einen Kredit über 10 Mio. EUR für die Laufzeit von 10 Jahren zu 6,00% fix ausständig.

Sie überlegen in einen CHF Kredit umzusteigen um das niedrige CHF Zinsniveau zu nutzen.

Berechnen Sie die Kondition des CHF Zinssatzes auf variabler und fixer Basis und analysieren Sie Chancen und Risken dieser Strategie.

3. OPTIONSTHEORIE

3.1. Terminologie

Der Käufer einer Call (Put) Option besitzt gegenüber dem Verkäufer das Recht, jedoch nicht die Verpflichtung, das zugrundeliegende Instrument über ein vereinbartes Volumen zum Ausübungspreis (Strikepreis) zu kaufen (verkaufen).

Der Optionskäufer bezahlt dem Verkäufer für dieses Recht eine Optionsprämie.

Der Innere Wert einer Option ist jener Betrag, den der Käufer bei Ausübung der Option heute erhalten würde und hängt daher vom Spotpreis des zugrundeliegenden Instruments und vom Strikepreis ab.

Der Zeitwert der Option ist die Differenz zwischen dem Barwert der Option und dem Inneren Wert und ist als solcher wesentlich von der Laufzeit (und von der Volatilität) abhängig.

Eine Option sei "Am Geld" (At the Money), wenn der Strikepreis gleich dem Preis des Underlyings ist.

Die Option sei "Im Geld" (In the Money), wenn ihr Innerer Wert positiv ist, ansonsten sei sie "Aus dem Geld" (Out of the Money).

Bezüglich der Ausübungsmodalitäten unterscheiden wir drei Arten von Optionen:

Europäische Option
Ausübung der Option ist nur am Ausübungstag möglich

Amerikanische Option
Ausübung der Option ist jederzeit bis zum Ausübungstag möglich

Bermuda Option
Ausübung der Option ist an mehreren, vorher festgelegten Zeitpunkten möglich

3.2. Black Scholes

Black und Scholes entwickelten ein grundlegendes Konzept zur Bewertung von Europäischen Optionen auf Aktien, welches für alle Arten von Europäischen Optionen erweitert wurde.

Ausgangspunkt der Überlegungen ist ein stochastisches Modell für den zukünftigen Preis einer Aktie *S* ohne Dividendenzahlungen:

$$\frac{\Delta S}{S} = m\Delta t + s\,e\Delta t$$

Der erwartete Ertrag der Aktie *m* sei konstant und unabhängig vom absoluten Preisniveau der Aktie.

Diese deterministische Komponente wird zusätzlich von Störungen $seDt$ überlagert.

e ist eine Zufallszahl (stochastische Variable) mit Stardardnormalverteilung.

Der Prozeß *DS* wird als geometrische Brownsche Bewegung bezeichnet.

Die relative Preisänderung *DS/S* ist normalverteilt mit Mittel *mDt* und Varianz s^2Dt.

Mit Hilfe von Itos Lemma läßt sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Preises zum Zeitpunkt *T* ausgehend vom Preis *S* in *T=0* bestimmen.

$$S_T = S \cdot e^x, \quad mit \quad x = N\left((m - s^2/2)T, s\sqrt{T}\right)$$

Der Aktienpreis *S(T)* ist also logarithmisch normalverteilt mit Mittel $(m - s^2/2)T$ und konstanter Varianz $s^2 T$.

Durch aufwendige Umformungen errechnet sich der Erwartungswert (in der realen Welt!) der Aktie in *T* zu:

$$E[S_T] = S \cdot e^{mT}$$

m entspricht daher seiner ursprünglichen Definition als erwarteter Ertrag.

Ausgehend vom Prozeß

$$\Delta S = Sm\Delta t + S\,s\,e\Delta t$$

läßt sich für jedes derivative Instrument *V*, dessen Wert von Aktienkurs *S* abhängt mit Hilfe von Itos Lemma der Prozeß

$$\Delta V = \left[V_S Sm + V_t + \frac{1}{2} V_{SS} S^2 s^2 \right] \Delta t + V_S S\,s\,e\Delta t$$

herleiten, wobei Indizes partielle Ableitungen bezeichnen.

Das bedeutet:
Der Prozeß *DV* wird von den gleichen Störungen *e* überlagert, wie der Prozeß *DS*.

Es muß daher ein Portfolio P aus einer Einheit von V und a Einheiten der Aktie existieren, in dem sich diese Störungen gegenseitig aufheben.

Dieses Portfolio ist risikolos!

Die Anzahl der Aktien in diesem risikolosen Portfolio ist die Ableitung von V nach S.

a ist von den Werten T und S abhängig und somit variierend.

Das Portfolio wird also nur für das sehr kleine Zeitintervall Dt risikolos sein.

Risikolose Portfolios müssen – unter der Voraussetzung, daß Arbitrage nicht möglich ist – risikolose Erträge in Höhe des risikolosen Zinssatzes *r* erwirtschaften.

Aus dieser Bedingung läßt sich folgende Differenzengleichung für das Aktienderivat *V* herleiten:

$$V_S S r + V_t + \frac{1}{2} V_{SS} S^2 \boldsymbol{s}^2 = rV$$

Diese Differenzengleichung hat gemäß der allgemeinen Beschaffenheit von *V* sehr viele Lösungen und muß durch Rand- oder Nebenbedingungen näher spezifiziert werden.

3.3. Risikoneutrale Bewertung

Bemerkenswert ist die Tatsache, daß der erwartete Ertrag m nicht in die Differenzengleichung einfließt und somit auch nicht den Wert der Option beeinflussen kann.

Der Optionswert ist nicht davon abhängig, wie hoch der Investor das Risiko der zugrundeliegenden Aktie einschätzt.

Insbesondere ist daher die Annahme zulässig, alle Investoren seien risikoneutral, d.h. $m = r$.

Jedes Asset erwirtschaftet in der risikoneutralen Welt den risikolosen Zinssatz, da Investoren keinen Prämie für die Übernahme von (Preis-) Risiko verlangen.

Durch diese Annahme verlassen wir die reale Welt und ersetzen diese durch eine künstliche.

Vorteil dieser Transformation ist, daß sich Berechnungen in dieser neuen Welt einfacher darstellen und zum selben Ergebnis führen wie in der realen Welt.

Der Barwert einer beliebigen Zahlung ergibt sich in der risikoneutralen Welt durch simple Multiplikation mit dem (risikolosen) Diskontfaktor.

Achtung!
Wenn wir die Black Scholes Formel anwenden so heißt das nicht, wir erwarten tatsächlich die Aktie steige um den risikolosen Zinssatz.

Beim Übergang von der risikoneutralen Welt in die reale Welt passiert zweierlei:

Der erwartete Ertrag der Aktie ändert sich von r zu m

Die Diskontrate für Zahlungen, die von der Aktie abhängig sind, ändern sich.

Diese beiden Effekte heben sich gegenseitig auf.

Der arbitragefreie Wert einer Europäischen Option läßt sich in der risikoneutralen Welt als diskontierter Erwartungswert ermitteln.

$$Call = D(T) \cdot \overline{E}\left[\max(S_T - X, 0\right]$$

$$Put = D(T) \cdot \overline{E}\left[\max(X - S_T, 0\right]$$

In der Wahrscheinlichkeitsverteilung von *S(T)* ersetzen wir *m* durch *r*.

Durch Integration ergibt sich dieser Erwartungswert und wir erhalten schließlich die Black Scholes Formel:

3.4. Black Scholes Formel

Der Barwert einer Europäischen Option auf eine Aktie ohne Dividendenzahlungen mit Parametern

S Preis der Aktie
X Strikepreis der Option
T Optionslaufzeit in Jahren
s konstante Volatilität
r risikoloser, kontinuierlicher Zinssatz ist:

$$Call = SN(d_1) - e^{-rT} XN(d_2)$$

$$Put = e^{-rT} XN(-d_2) - SN(-d_1)$$

mit

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + s^2/2)T}{s\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - s^2/2)T}{s\sqrt{T}} = d_1 - s\sqrt{T}$$

3.5. Beispiel

Die zentrale Idee der Herleitung soll an Hand von folgendem Beispiel illustriert werden:

Gegeben sei eine 1-jährige Call Option mit Strikepreis 102 auf eine Aktie mit Preis 100.

Wir nehmen an, daß es für den Preis der Aktie in einem Jahr nur 2 Möglichkeiten gibt: 90 oder 100.

Liegt die Aktie in einem Jahr bei 90, so verfällt der Call wertlos, ist der Preis der Aktie dagegen 110, so ist der Wert der Call Option in einem Jahr 8.

Wir betrachten ein Portfolio, daß aus einer verkauften Call Option auf eine Aktie und einer Kaufposition von a Aktien besteht.

Liegt die Aktie in einem Jahr bei 110, so beträgt der Wert des Portfolios in einem Jahr 110 a - 8, liegt der Preis der Aktien bei 90, so ist das Portfolio dann 90 a wert.

Wir wählen a nun derart, daß Wert des Portfolios in beiden Fällen gleich ist:

$$110\,a - 8 = 90\,a \qquad \Rightarrow\ a = 0.4$$

Für diesen Aktienanteil ist das Portfolio risikolos, der Wert des Portfolios beträgt in einem Jahr, unabhängig vom Preis der Aktie 36.

Der heutige Wert dieses Portfolios ist 100*0.4 – c = 40 – c, wobei c den heutigen Wert der Call Option bezeichnet.

Unter der Vorraussetzung der Arbitragefreiheit muß ein risikoloses Portfolio den risikolosen Zinssatz erwirtschaften. Dieser sei 5%, dann muß gelten

$$(40 - c) \cdot (1 + 5\%) = 36 \quad \Rightarrow \quad c = 5{,}714$$

Der Barwert der Option beträgt somit 5,714.

Dieses Ergebnis wurde ohne Annahmen über Wahrscheinlichkeiten der Auf- oder Abwärtsbewegung der Aktien hergeleitet.

Die (subjetiven) Erwartungen über die Entwicklung des zugrundeliegenden Instruments haben also keinen Einfluß auf den Preis der Option.

Für die risikoneutrale Bewertung müssen wir Wahrscheinlichkeiten für Auf- und Abwärtsbewegung der Aktie derart festlegen, daß der erwartete Ertrag gleich dem risikolosen Zinssatz ist.

p: Wahrsch. der Aufwärtsbewegung,
$1 - p$: Wahrsch. der Abwärtsbewegung

Aus dieser Bedingung ergibt sich p zu

$$1 + 5\% = \frac{p110 + (1 - p)90}{100} \quad \Rightarrow \quad p = 0{,}75$$

Der Erwartungswert der Zahlung aus der Option ist in der risikoneutralen Welt:

$$p8 + (1 - p)0 = 0{,}75 \cdot 8 = 6$$

Der Wert der Option folgt nun durch Diskontierung mit dem risikolosen Zinssatz.

$$c = \frac{6}{1 + 5\%} = 5{,}714 \quad .$$

Der No Arbitrage Ansatz liefert somit das gleiche Resultat wie der risikoneutrale Bewertungsansatz.

3.6. Volatilität

Die Volatilität ist ein Maß für die Schwankungsbreite eines Finanzinstruments. Dabei unterscheidet man drei Definitionen:

Die historische Volatilität
beschreibt die tatsächlich beobachteten Schwankungen für eine konkrete Periode der Vergangenheit und ist daher von der Wahl der Stichproben abhängig.

Die aktuelle Volatilität
beschreibt die aktuellen Schwankungen und ist als solche nicht beobachtbar.

Die implizite Volatilität
beschreibt die Erwartung des Marktes über die zukünftigen Schwankungen und wird aus den beobachtbaren Optionspreisen ermittelt.

Um die historische Volatilität zu errechnen, beobachten wir Preise *S(0),…, S(n)* in regelmäßigen Abständen *t*.

Da die Änderungen des Preises logarithmisch normalverteilt mit Varianz s^2Dt sind, definieren wir

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \quad .$$

Die Variable *u(i)* ist demnach normalverteilt mit Varianz $s^2 t$.

Die Historische Volatilität ergibt sich somit durch Transformation der Stichprobenvarianz der Beobachtungen *u(i)* als:

$$\hat{s} = \frac{1}{\sqrt{t}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} u_i^{\,2} - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^{n} u_i \right)^2}$$

3.7. Put Call Parität

Eine gekaufte Call Option und eine verkaufte Put Option mit gleichem Strike *X* und Laufzeit *T* entsprechen einem Terminkauf des Underlyings zum Preis *X* im Zeitpunkt *T*.

Unabhängig von der Wahl des Optionsbewertungsmodells muß daher folgendes Gleichgewicht erfüllt sein:

$$Put - Call = D(T)X - S$$

Für die Black Scholes Formel ergibt sich die Rechte Seite zu

$$Put - Call = e^{-rT}X\left[N(-d_2) + N(d_2)\right] - \ldots$$

$$\ldots - S\left[N(-d_1) + N(d_1)\right] = e^{-rT}X - S$$

womit die Put Call Parität stets erfüllt ist.

3.8. Aktie mit Dividende

Wir betrachten eine Aktie die eine, im vorhinein bekannte, kontinuierliche Dividende *q* ausschüttet. Für den Erwartungswert des Aktienpreises in *T* gilt:

$$E[S_T] = S \cdot e^{(m-q)T}$$

Die Option auf eine Aktie mit Preis *S* und Dividende *q* hat daher denselben Wert wie eine Option auf eine Aktie ohne Dividende und Preis *S exp{-qT}*.

Der Barwert einer Europäischen Option auf eine Aktie mit Dividendenzahlungen und Parametern

S Preis der Aktie
X Strikepreis der Option
T Optionslaufzeit in Jahren
s konstante Volatilität
q kontinuierliche Dividende
r risikoloser, kontinuierlicher Zinssatz ist:

$$Call = e^{-qT} SN(d_1) - e^{-rT} XN(d_2)$$

$$Put = e^{-rT} XN(-d_2) - e^{-qT} SN(-d_1)$$

mit

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + s^2/2)T}{s\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - q - s^2/2)T}{s\sqrt{T}} = d_1 - s\sqrt{T}$$

3.9. Europäische Zinsoptionen

Im Modell von Black Scholes wird der risikolose Zinssatz als konstant während der Laufzeit angenommen und ist so vom Verlauf des Aktienkurses unabhängig.

Diese Annahme scheint für den Aktienmarkt realistisch zu sein, für Optionen auf Zinsinstrumente ist sie aber problematisch.

Nach Black betrachten wir bei Zinsprodukten anstatt des Spotpreises S den arbitragefreien Forwardpreis F.

Der Erwartungswert (in der realen Welt) des Forwardpreises zum Zeitpunkt T ist

$$E\left[F_T\right] = F$$

Der Forwardpreis folgt daher dem selben Prozeß, wie der Spotpreis einer Aktie mit erwarteten Dividendenzahlungen in Höhe des risikolosen Zinssatzes r.

3.10. Blacks Modell

Der Barwert einer Europäischen Option auf eine Anleihe mit Parametern

F Forwardpreis der Anleihe
X Strikepreis der Option
T Optionslaufzeit in Jahren
s konstante Volatilität des Forwardpreises
D Diskontfaktor, ist:

$$Call = D(T)\left[FN(d_1) - XN(d_2)\right]$$

$$Put = D(T)\left[XN(-d_2) - FN(-d_1)\right]$$

mit

$$d_1 = \frac{\ln(F/X) + s^2 T/2}{s\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F/X) - s^2 T/2}{s\sqrt{T}} = d_1 - s\sqrt{T}$$

3.11. Caps und Floors

Der Käufer eines Caps (Floors) hat das Recht, für eine Serie von Zinsperioden einen fixen Zinssatz (Strike) zu bezahlen (empfangen) und EURIBOR zu empfangen (bezahlen).

Das Cap (Floor) kann zur Absicherung gegen steigende (fallende) Geldmarktzinsen verwendet werden.

Durch den Kauf eines Caps (Floors) kann eine Zinsober-(unter-) grenze für einen variablen Roll Over Kredit vereinbart werden.

Ein Collar ist die Kombination eines gekauften Caps und einem verkauften Floors.

Ein Cap (Floor) läßt sich in eine Serie unabhängiger Call (Put) Optionen auf den EURIBOR (Caplet bzw. Floorlet) zerlegen.

Der Wert eines Caps (Floors) ist die Summe der Werte der einzelnen Caplets (Floorlets).

Die Optionslaufzeit endet mit dem EURIBOR Fixing im Zeitpunkt t, der Payoff des Caplets findet am Ende der Periode zum Zeitpunkt s statt, die Länge der Periode beträgt s-t.

Der Barwert eines Europäischen Caplets/ Floorlets mit Parametern

$[t, s]$	Zinsperiode
$f(t,s)$	Forward Rate
x	Strike Rate
s	konstante Volatilität der Forward Rate
$D(s)$	Diskontfaktor, ist

$$Caplet = (s-t)D(s)\left[f(t,s)N(d_1) - xN(d_2)\right]$$

$$Floorlet = (s-t)D(s)\left[xN(-d_2) - f(t,s)N(-d_1)\right]$$

mit

$$d_1 = \frac{\ln\left(f(t,s)/x\right) + s^2 (t-t_0)/2}{s\sqrt{t-t_0}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(f(t,s)/x\right) - s^2 (t-t_0)/2}{s\sqrt{t-t_0}} = d_1 - s\sqrt{t-t_0}$$

3.12. Swaption

Der Käufer einer Payers (Receivers) Swaption hat am Ausübungstag das Recht in einen genau spezifizierten Interest Rate Swap einzutreten, wobei er den fixen Zinsatz (Strike) bezahlt (empfängt) und den variablen Zinssatz empfängt (bezahlt).

Um das Modell von Black anwenden zu können transformieren wir die Swaption folgendermaßen in eine Bond Option:

fix empfangen, variabel zahlen
⇑⇓
fixen Zinssatz empfangen,
100% am Beginn zahlen,
100% am Ende empfangen
⇑⇓
Anleihe zu Preis 100.00 kaufen

Einer Payers (Receivers) Swaption mit Strike *x* entspricht eine Put (Call) Option auf eine Anleihe mit Kupon *x* zu Strike 100.00.

Achtung!
Da der Käufer einer Payers (Receivers) Swaption von steigenden (fallenden) Swapsätzen profitiert, kann die Payers (Receivers) Swaption auch als Call (Put) auf die Swapsätze interpretiert werden.

Zwischen Preis- und Yieldänderungen einer Anleihe besteht über die modifizierte Duration folgender Zusammenhang:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_{\text{mod}} \cdot \Delta Y$$

Standardabweichung und Volatilität sind Maße für relative Änderungen

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_{\text{mod}} \cdot Y \cdot \frac{\Delta Y}{Y}$$

und genügen daher der Gleichung:

$$\boldsymbol{s}_P = D_{\text{mod}} \cdot Y \cdot \boldsymbol{s}_Y$$

Der Forwardpreis der Anleihe mit Kupon *x* ergibt sich durch Diskontierung der Kuponzahlungen und des Tilgungsbetrages und Aufzinsung nach *t*.

Der Barwert einer Europäischen Swaption mit

[*t, s*]	Laufzeit des Swaps
i(t,s)	Forward SwapSatz
x	Strike Rate
s	konst. Volatilität des Fwd Swap Satzes
D	Diskontfaktoren ist

$$\mathrm{Re}\,ceivers = D(t)\left[FN(d_1) - 100N(d_2)\right]$$

$$Payers = D(t)\left[100N(-d_2) - FN(-d_1)\right]$$

mit

$$d_1 = \frac{\ln\left(F/100\right) + s_P{}^2 (t - t_0)/2}{s_P \sqrt{t - t_0}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(F/100\right) - s_P{}^2 (t - t_0)/2}{s_P \sqrt{t - t_0}} = d_1 - s_P \sqrt{t - t_0}$$

$$F = \frac{xD(t+1) + ... + xD(s) + 100D(s)}{D(t)}$$

$$s_P = s_Y \cdot D_{\mathrm{mod}} \cdot i(t,s)$$

3.13. FX Optionen

Der Käufer eines Europäischen USD Calls/ EUR Puts besitzt das Recht, am Ausübungstag USD zu kaufen und EUR zu verkaufen, wobei der EUR/USD Kurs durch den Strike festgelegt ist.

Der Spot FX Kurs S sei definiert, als der Wert einer Einheit der Fremdwährung in EUR.

Der Inhaber der Fremdwährung kann diese veranlagen und erhält so eine "Dividendenrendite" in der Höhe von rf, wobei rf den kontinuierlichen, risikolosen Zero Zinssatz der Fremdwährung bezeichnet.

Somit ergibt sich der Wert der FX Option aus dem Optionsmodell für Aktien mit Dividendenzahlungen mit $q = rf$.

Der Forward FX Kurs (Devisenterminkurs) errechnet sich aus den risikolosen Zinssätzen uns dem Spotkurs wie folgt:

$$F = S \cdot e^{(r - rf)T}$$

Mit Hilfe von F läßt sich der Wert der FX Option folgendermaßen anschreiben:

Der Barwert einer Europäischen Option auf eine Einheit Fremdwährung mit Parametern

F Forward Preis einer Einheit Fremdwährung in Stammwährung
X Strikepreis der Option
T Optionslaufzeit in Jahren
s konstante Volatilität
r risikoloser, kontinuierlicher Zero Zinssatz der Stammwährung, ist:

$$Call = e^{-rfT}\left[FN(d_1) - XN(d_2)\right]$$

$$Put = e^{-rT}\left[XN(-d_2) - FN(-d_1)\right]$$

mit

$$d_1 = \frac{\ln(F/X) + s^2 T/2}{s\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F/X) - s^2 T/2}{s\sqrt{T}} = d_1 - s\sqrt{T}$$

3.14. Kritikpunkte

Konstante Volatilität

Die Volatilität des zugrundeliegen Instruments ist in der Praxis keineswegs konstant.

Mit Hilfe von ARCH und GARCH Modellen versucht man den stochastischen Prozeß der Volatilität zu modellieren.

Lognormalverteilung

In der Praxis beobachtet man häufiger extreme Ausreißer als man nach der lognormalen Verteilung erwarten würde. (Fat Tails)

Dieser Effekt spiegelt sich im Volatilitäts Smile wieder – implizite Volatilitäten von Out of the Money Optionen sind höher als jene von At the Money Optionen.

Mean Reversion

Zinsinstrumente bewegen sich, im Gegensatz zu Aktien, langfristig um langjährige durchschnittliche Levels (Mean Reversion)

Um diesen Effekt zu berücksichtigen, werden im Black (Scholes) Modell langfristige Volatilitäten als geringer angenommen als kurzfristige Volatilitäten.

Konstanter risikoloser Zinssatz

Wir wissen, daß der risikolose Zinssatz in der Realität nicht konstant ist.

Dieser Kritikpunkt kommt besonders dann zu tragen, wenn das zugrundeliegende Instrument unmittelbar von Zinssätzen abhängig ist.

Zur Diskontierung wird der Zinssatz als deterministisch, zur Modellierung von Forwardpreisen als stochastisch angenommen.

Pull to Par

Der Preis einer Anleihe ist am Ende der Laufzeit gleich dem Tilgungsbetrag und daher im vorhinein bekannt.

Gegen Ende der Laufzeit bewegt sich der Marktpreis der Anleihe daher auf diesen Wert zu.

Für lange Laufzeiten unterscheidet sich das Preisverhalten von Anleihen wesentlich von dem der Aktien.

Ist die Optionslaufzeit im Verhältnis zur Laufzeit der Anleihe gering (bis zu 20%), kann dieser Effekt vernachlässigt werden.

Bei lang laufenden Optionen ist das Black (Scholes) Modell nicht zu verwenden.

4. OPTIONEN IN DER PRAXIS

4.1. Cap/Floor Beispiel

Berechnen Sie aus den aktuellen Marktdaten den Barwert eines Caplets mit folgenden Parametern:

Startdatum	in 9 Jahren
Enddatum	in 10 Jahren
Strike	7,00%

4.2. Cap/Floor Beispiel

Ihr Unternehmen plant einen Kredit über 10 Mio. EUR auf 10 Jahre mit einem Kreditaufschlag von 50 bp aufzunehmen.

Da Sie mit steigenden Geldmarktzinsen rechnen, überlegen Sie eine Zinsobergrenze bei 7,00% zu vereinbaren.

Berechnen Sie die Kondition mit jährlicher und einmaliger Prämienzahlung.

4.3. Cap/Floor Beispiel

Ihr Unternehmen plant einen Kredit über 10 Mio. EUR auf 5 Jahre mit einem Kreditaufschlag von 50 bp aufzunehmen.

Um die Kosten einer Zinsobergrenze von 7.00% zu egalisieren, überlegen Sie zusätzlich einen Mindestzinssatz zu vereinbaren.

Berechnen Sie die Kondition des Zero Cost Collars und vergleichen Sie diese Kondition mit der Fixzinsvariante.

4.4. Cap/Floor Beispiel

Ihr Unternehmen plant einen Kredit über 10 Mio. EUR auf 10 Jahre mit einem Kreditaufschlag von 50 bp aufzunehmen.

Sie suchen nach Möglichkeiten diesen Zinsaufschlag zu verringern.

Berechnen Sie die Kondition auf variabler Basis mit einer Zinsuntergrenze von 4,00% und jährlicher Optionsprämie.

Geben Sie die Höhe der ersten Zinszahlungen an und beschreiben Sie das Risikoprofil.

4.5. Swaption Beispiel

Berechnen Sie aus den aktuellen Marktdaten den Barwert der Payers und Receivers Swaption mit folgenden Parametern:

Startdatum des Swaps	in 3 Jahren
Enddatum des Swaps	in 8 Jahren
Strike	am Geld

Zeigen Sie, daß die Put/Call Parität erfüllt ist.

4.6. Swaption Beispiel

Ihr Unternehmen plant einen Kredit über 10 Mio. EUR auf 3 oder 8 Jahre mit einem Kreditaufschlag von 50 bp aufzunehmen.

Analysieren Sie folgende Varianten:

Variabler Kredit auf 3 Jahre

Variabler Kredit auf 8 Jahre

Fixzinskredit auf 3 Jahre

Fixzinskredit auf 8 Jahre

Fixzinskredit auf 8 Jahre mit Ausstiegsrecht des Unternehmens nach dem Jahr 3

Fixzinskredit auf 8 Jahre mit Ausstiegsrecht der Bank nach dem Jahr 3

5. EXOTISCHE PRODUKTE

5.1. CMS Swap

Bei einem Constant Maturity Swap sind die Zinszahlungen einer Seite an einen Swapsatz mit konstanter Laufzeit gebunden.

Dabei gibt es die Varianten:

CMS ⇔ Fix
CMS ⇔ Geldmarkt

Da die Zinsperiode nicht mit der Laufzeit des Referenzzinssatzes übereinstimmt, existiert kein statisches Hedge Portfolio.

Daher dürfen auch bei der Bestimmung des Barwerts die unbekannten Zinssätze nicht "blind" durch die Forward Swapsätze ersetzt werden.

Um das stochastische Verhalten der Zinskurve zu berücksichtigen, ist ein Convexity Adjustment vorzunehmen.

Würde man den Wert des CMS Swaps (wir empfangen CMS) dennoch über die Forward Swapsätzte ermitteln, so läßt sich ein Portfolio konstruieren, das bei jeder Zinsbewegung und im Verlauf der Zeit immer Gewinne auswirft.

Es gelten daher folgende Merkregeln:

Für den CMS Empfänger ist das Convexity Adjustment von Vorteil.

Für den CMS Zahler ist das Convexity Adjustment von Nachteil.

Die Bewertung eines CMS Swaps gegen den Geldmarktsatz, z.B. EURIBOR ist im wesentlichen von der Steilheit der Zinskurve abhängig.

5.2. In Arrears Swap

Ein In Arrears Swap zeichnet sich dadurch aus, daß die Fixierung des variables Zinssatzes statt zu Beginn am Ende der Zinsperiode stattfindet.

Dabei gibt es die Varianten:

In Arrears ⇔ Fix
In Arrears ⇔ Geldmarkt

Wie beim CMS existiert für In Arrears Swaps kein statisches Hedgeportfolio.

Ersetzt man die unbekannten Zinssätze durch ihre entsprechenden Forward Rates, so ist zusätzlich eine Convexity Adjustment vorzunehmen.

Analog zum CMS Swap gilt:

Für den In Arrears Empfänger ist das Convexity Adjustment von Vorteil.

Für den In Arrears Zahler ist das Convexity Adjustment von Nachteil.

Die Bewertung eines In Arrears Swaps gegen EURIBOR ist auch von der Steilheit der Zinskurve abhängig.

5.3. Digitale Option

Liegt das Underlying zum Zeitpunkt der Ausübung über (unter) dem vereinbarten Strikepreis, so ist die Zahlung aus einer Digitaler Call (Put) Option ein fixer Betrag, andernfalls ist er null.

Digitale Optionen mit nur einem Beobachtungszeitpunkt können durch eine simple Modifikation des Black Scholes Modells bewertet werden.

Digitale Optionen finden vor allem im FX und Cap Bereich Verwendung.

5.4. Barrier Option

Barrier Optionen sind Europäische Optionen die durch Erreichen eines bestimmten Levels (Barrier) aktiviert oder deaktiviert werden.

Je nach Ausstattung spricht man von Knock In oder Knock Out Optionen.

Wird die Barrier nur zum Ende der Laufzeit beobachtet, so kann man die Barrier Option in eine Digitale Option und eine Europäische Option zerlegen und so nach Black Scholes bewerten.

Wird die Barrier laufend beobachtet, so ist die Option pfadabhängig. Das Black Scholes Modell kann für derartige Optionen nicht adaptiert werden.

Barrier Optionen werden wie Digitale Optionen vor allem im FX und Cap Bereich verwendet.

6. STRUKTURIERTE PRODUKTE

6.1. Einleitung

Durch Kombination unterschiedlicher Finanzinstrumente können Strukturierte Produkte mit neuartigen Eigenschaften erzeugt werden.

Strukturierte Produkte finden vor allem im Veranlagungsbereich, aber auch bei Finanzierungen regen Anklang.

Im folgenden wollen wir grundlegende Prinzipien für Strukturierte Produkte herleiten und Bewertungsmodelle, sowie Ertrags- und Risikoüberlegungen an Hand zahlreicher Beispiele erläutern.

6.2. Zerlegung in seine Bausteine

Als Bausteine stehen grundsätzlich alle Instrumente der Finanzwelt zur Verfügung, insbesondere finden folgende derivative Instrumente Anwendung:

Interest Rate Swaps
Forward Rate Agreements
Caps und Floors
Swaptions
Kündbare Interest Rate Swaps
Cross Currency Swaps
Aktien Optionen
FX Optionen
Index Optionen
Exotische Optionen
Credit Derivatives

Um Eigenschaften eines bestimmten Strukturierten Produkts zu analysieren zerlegt man es in seine Bestandteile, analysiert deren Eigenschaften und fügt diese wieder zusammen.

Insbesonders ergibt sich der Barwert einer Struktur als Summe der Barwerte der einzelnen Bausteine.

Mit Hilfe dieses sehr einfachen Prinzips lassen sich leicht Abschätzungen für die Konditionierung einer Struktur angeben.

6.3. Vorteile

Warum sind Kunden an Strukturierten Produkten interessiert?

Als maßgeschneiderte Lösungen können Strukturierte Produkte näher auf die Bedürfnisse des Kunden eingehen:

Absicherung

Outperformance

Markterwartungen umsetzen

Zugang zu neuen Märkten

Rechtliche Rahmenbedingungen

Warum sind Strukturierte Produkte für Banken von Interesse?

Imageplus durch innovative Produkte

zufriedene Kunden durch korrekte Beratung, Outperformance, Marktidee

risikolose Erträge durch Financial Engineering Aktivitäten

Eigenposition

6.4. Financial Engineering

Die Strukturierung neuer Produkte umfaßt folgende Tätigkeiten bzw. Arbeitsschritte:

Produktidee
Zerlegung in seine Bausteine
Bewertungsmodell
Konditionierung
Erstellen des Term Sheets
Darstellung der Marktrisiken
Handel
Risikomanagement
Absicherungsgeschäfte
Systemerfassung
Dokumentation
Sekundärmarkt

6.5. Eingebettete Optionen

Bei zahlreichen Strukturierten Produkten werden Optionen als Bausteine verwendet, wodurch unterschiedlichste Arten von Rechten und Verpflichtungen handelbar gemacht werden.

Gängige Formen sind:

Kündigungsmöglichkeit
Höchstzinssatz
Mindestzinssatz
Kapitalgarantie
Ertragsgarantie
Aufstockungsmöglichkeit
Switchmöglichkeit
Wahlmöglichkeit ob Cash oder Aktien
Wahlmöglichkeit der Währung

Übernimmt der Investor eine Verpflichtung, so wird ihm, analog zum Verkauf einer Option das Risiko über eine Prämie abgegolten.

Diese wird aber nicht wie bei der verkauften Option als Einmalzahlung geleistet, sondern in Form eines attraktiven Kupons, günstigeren Preises oder sonstigen Vorteilen für den Investor.

Hat der Investor eine Verpflichtung gegenüber dem Emittenten der Anleihe, so besitzt der Emittent gegenüber dem Investor ein Recht.

Dieses Recht hat für den Emittenten einen positiven Marktwert.

Diesen kann er lukrieren, indem er es in Form einer handelbaren Option am Optionsmarkt verkauft und dafür eine Optionsprämie kassiert.

Diese Prämie gibt er an den Investor, z.B. in Form eines hohen, über dem Marktniveau liegenden Kupons weiter.

Macht der Optionskäufer von seinem Recht gegenüber dem Emittenten Gebrauch, so wird dieser sein Recht gegenüber dem Investor ausüben und sich so schadlos halten.

Die Entscheidungskette beginnt also beim Käufer der Option, und nicht mehr beim Emittenten.

Analoge Überlegungen gelten für den Fall, daß der Investor gegenüber dem Emittenten ein Recht besitzt.

Vergleicht man den Wert des Strukturierten Produkts mit eingebetteter Option mit dem Wert eines identischen Produkts ohne eingebetteter Option, so müssen folgende Beziehungen stets erfüllt sein:

Ein Recht seitens des Emittenten, wirkt sich negativ auf den Preis der Struktur aus.

Ein Recht seitens des Investors, wirkt sich positiv auf den Preis der Struktur aus.

Über die Put Call Parität kann man die Struktur mit eingebetteter Option mindestens zwei einfacheren Produkten ohne Option gegenüberstellen und so Grenzen für den fairen Marktpreis erhalten.

6.6. Chancen und Risken

Strukturierte Produkte bieten zahlreichen Kundenschichten die Möglichkeit in neue Märkte, mit all den damit verbundenen Chancen und Risken, vorzudringen.

Daher ist es umso wichtiger das Risikoprofil des Instruments genau zu analysieren und sich nicht von der vermeintlich attraktiven Kondition blenden lassen.

Besonders für Strukturierte Produkte gilt:

There is no free Lunch!

7. PRODUKTBEISPIELE

7.1. Einleitung

Eine Reihe von Strukturierten Produkten analysieren wir nach folgenden Gesichtspunkten:

Zerlegung:
Wie setzt sich das Produkt aus Sicht des Emittenten im Vergleich zu einer variablen Geldmarkt Finanzierung zusammen?

Sensitivität:
Welche Parameter beeinflussen den Marktpreis des Instruments? Dabei werden Kreditrisiko des Schuldners und Liquidität des Papiers nicht berücksichtigt.

Chance:
Welche Chancen bestehen für den Investor?

Risiko:
Welche Risken bestehen für den Investor?

7.2. Überblick

Plain Vanilla Strukturen

Plain Vanilla Anleihe
Step Up Bond
Zero Bond

Anleihen mit Kündigungs- oder Aufstockungsmöglichkeit:

Callable Bond (European)
Puttable Bond (European)
Multi Tranche Bond
Callable Bond (Bermuda)
- Callable Zero Bond (Bermuda)

Floating Rate Notes

Reverse Floater
Double Reverse Floater
Collared Floater
CMS Floater

FX gebundene Strukturen

FX Linked Bond
FX Coupon Bond
Dual Redemption Note

Aktienstrukturen

Reverse Convertible
Kapitalgarantierte Produkte
Convertible

Exotische Strukturen

Dynamic Collared Floater
Range Accrual Note

7.3. Plain Vanilla Anleihe

Diese “klassische” Anleiheform schüttet einen fixen Kupon aus und tilgt zum Nominalwert (Par).

Zerlegung

Entspricht einem Swap mit identischer Ausstattung, wobei der Emittent den fixen Zinssatz bezahlt und den variablen Zinssatz empfängt (Kauf eines IRS).

Sensitivität

Der Preis des Papiers fällt, wenn der Swapsatz mit entsprechender Laufzeit steigt.

Chance

Durch den fixen Kupon ist der Zinsertrag auch bei fallenden Geldmarktzinsen gesichert. Sowohl die Kapitalbindung als auch der Zinsertrag ist a priori bekannt.

Risiko

Kursverluste bei steigenden Zinsen, Wiederveranlagungsrisiko der laufenden Kuponzahlungen.

7.4. Step Up Bond

Der Step Up Bond (Stufenzinsanleihe) schüttet an verschiedenen Kuponterminen unterschiedliche, aber bereits im vorhinein festgelegte Kupons aus.

Zerlegung

Entspricht einem gekauften Swap, wobei die fixen Zinssätze analog zum Bond ansteigen. Kann auch als Serie von kurz fristigen Forward Starting Swaps interpretiert werden.

Sensitivität

Analog zum Plain Vanilla Bond

Chance

Analog zur Plain Vanilla Anleihe, steuerlich können sich bei diesen Konstruktionen interessante Aspekte ergeben, da die Zinserträge in späteren Perioden anfallen.

Risiko

Analog zur Plain Vanilla Anleihe

7.5. Zero Bond

Der Zero Bond schüttet während der Laufzeit keine Kupons aus und tilgt zu Par. Der Preis eines Zero Bonds liegt daher stets unter Par.

Ein wirtschaftlich gleichwertiges Produkt ist die in Österreich geläufige Prämienanleihe. Die Prämienanleihe wird allerdings zu Par emittiert und über Par getilgt.

Zerlegung

Da die Zinsen nicht an den Investor ausgeschüttet werden, müssen diese laufend am Geldmarkt wiederveranlagt werden. Das Zinsänderungsrisiko steigt daher von Periode zu Periode an und entspricht einem gekauften Swap mit ansteigenden Nominalbeträgen.

Sensitivität

Der Preis des Zero Bonds ist, aufgrund des amortisierenden Swaps von der gesamten Zinskurve bis zur Endfälligkeit abhängig.

Der Zero Bond reagiert auf Zinsänderungen stärker als eine vergleichbare Plain Vanilla Anleihe.

Chance

Analog zur Plain Vanilla Anleihe, darüberhinaus hat der Investor das Risiko der Wiederveranlagung ausgeschaltet.

Risiko

Kursverluste bei steigenden Zinsen,

7.6. Callable Bond (European)

Der Europäische Callable Bond ist eine Anleihe mit fixen Kuponzahlungen, wobei der Emittent das einmalige Recht besitzt, die Anleihe zu einem festgelegten Kupontermin vorzeitig zu tilgen.

Zerlegung

Entspricht einem gekauften Swap bis zum Kündigungstermin und einer gekauften Europäischen Payers Swaption.

Diese Darstellung ist über die Put Call Parität für Swaptions analog zu einen gekauften Swap bis zum Enddatum und einer gekauften Europäischen Receivers Swaption.

Eine Anleihe mit Kündigungsrecht kann als Anleihe mit Verlängerungsmöglichkeit interpretiert werden.

Sensitivität

Der Preis der Anleihe fällt, wenn Swapsatz bis zum Kündigungstermin oder der Forward Swapsatz der Swaption steigt.

Darüber hinaus wirkt sich ein Anstieg der impliziten Volatilität der Swaption negativ auf den Preis aus.

Chance

Unabhängig davon, ob der Emittent vorzeitig kündigt oder nicht, erhält der Investor stets eine höhere Rendite, als wenn er in eine Anleihe ohne Kündigungsrecht mit entsprechender Laufzeit investiert hätte.

Risiko

Der Emittent wird den Callable Bond kündigen, wenn das Zinsniveau tief ist und der Kupon attraktiv wäre. Bei hohem Zinsniveau wird der Emittent nicht kündigen.

7.7. Puttable Bond (European)

Der Europäische Puttable Bond ist eine Anleihe mit fixen Kuponzahlungen, wobei der Investor das einmalige Recht besitzt, die Anleihe zu einem festgelegten Kupontermin vorzeitig rückzuführen.

Zerlegung

Entspricht einem gekauften Swap bis zum Kündigungstermin und einer verkauften Europäischen Receivers Swaption.

Diese Darstellung ist über die Put Call Parität für Swaptions analog zu einem gekauften Swap bis zum Enddatum und einer verkauften Europäischen Payers Swaption.

Sensitivität

Der Preis der Anleihe fällt, wenn Swapsatz bis zum Kündigungstermin oder der Forward Swapsatz der Swaption steigt.

Darüber hinaus wirkt sich ein Anstieg der impliziten Volatilität der Swaption positiv auf den Preis aus.

Chance

Der Investor wird den Puttable Bond kündigen, wenn das Zinsniveau hoch ist und der Kupon unattraktiv wäre. Bei tiefen Zinsniveau wird der Investor nicht kündigen.

Risiko

Unabhängig davon, ob der Investor vorzeitig kündigt oder nicht, erhält er stets eine geringere Rendite, als wenn er in eine Anleihe ohne Kündigungsrecht mit entsprechender Laufzeit investiert hätte.

7.8. Multitranche Bond

Die Multi Tranche Anleihe ist ein Plain Vanilla Bond, der zusätzlich mit einer Reihe von Aufstockungsmöglichkeiten von Seiten des Emittenten versehen ist.

Der Emittent hat mehrmals das Recht, dem Investor eine neue Anleihe mit derselben Ausstattung zum ursprünglichen Preis anzudienen.

Zerlegung

Die Stammtranche entspricht einem gekauften Standard Swap bis zur Endfälligkeit. Die Aufstockungsrechte entsprechen einer Serie von gekauften Europäischen Payers Swaptions.

Sensitivität

Der Preis der Multitranche Anleihe fällt bei steigenden Swapsätzen stark, da sich Zinserhöhungen auf die Stammtranche und auf alle Payers Swaptions negativ auswirken.

Darüber hinaus fällt der Preis auch bei steigenden impliziten Swaption Volatilitäten.

Chance

Da der Investor eine Reihe von Rechten verkauft, sind Multitranche Anleihen mit sehr hohen Kupons ausgestattet.

Risiko

Neben dem Zinsänderungsrisiko der Stammtranche und allen kommenden Trachen, trägt der Investor insbesondere ein Liquiditätsrisiko. Er muß sicherstellen, daß für den worst case ein Vielfaches der heute investierten Liquidität verfügbar ist.

7.9. Callable Bond (Bermuda)

Der Bermuda Callable Bond ist eine Anleihe mit fixen Kuponzahlungen, wobei der Emittent das Recht besitzt, die Anleihe zu mehreren festgelegten Kuponterminen vorzeitig zu tilgen.

Zerlegung

Da die Kündigungsrechte nicht unabhängig von einander ausgeübt werden können, kann man diese Struktur nicht in eine Serie von Europäischen Optionen zerlegen.

Exakt kann eine mehrfach kündbare Anleihe nur durch einen von seiten des Emittenten mehrfach kündbaren Swap dargestellt werden.

Als "Entschädigung" dafür, können wir eine Serie von Abschätzungen konstruieren.

Für jeden Kündigungstermin existiert ein unkündbarer Bond, dessen Preis über dem des Bermuda Callable Bonds liegen muß.

Für jede beliebige Kombination zweier Kündigungstermine existiert ein European Callable Bond, dessen Preis über dem des Bermuda Callable Bonds liegen muß.

Der Preis der Floating Rate Note mit eingebettetem Cap in Höhe der fixen Kupons und fixen Kupons bis zum ersten Kündigungstermin muß unter dem des Bermuda Callable Bonds liegen.

Sensitivität

Der Preis der Anleihe ist von der Struktur der gesamten Zinskurve und von der Struktur der Swaption Volatilitäten abhängig.

Tendenziell wird der Preis des Bermuda Callable Bonds bei steigenden Zinsen und steigenden Volas fallen.

Chance

Unabhängig davon, ob der Emittent vorzeitig kündigt oder nicht, erhält der Investor stets eine höhere Rendite, als wenn er in eine Anleihe ohne Kündigungsrecht mit entsprechender Laufzeit investiert hätte.

Risiko

Der Emittent wird den Bermuda Callable Bond kündigen, wenn das Zinsniveau tief ist und die Kupons attraktiv wären. Bei hohem Zinsniveau wird der Emittent nicht kündigen.

7.10. Callable Zero Bond (Bermuda)

Der Bermuda Callable Zero Bond ist ein mehrfach kündbarer Zero Bond und daher eine Kombination von Zero Bond und Bermuda Callable Bond.

Zerlegung

Entspricht analog zum Bermuda Callable einem von seiten des Emittenten mehrfach kündbaren Swap mit ansteigendem Nominale.

Sensitivität

Analog zu Bermuda Callable und Zero Bond

Chance

Analog zu Bermuda Callable und Zero Bond

Risiko

Analog zu Bermuda Callable und Zero Bond

7.11. Reverse Floater

Ein Reverse Floater schüttet einen hohen Fixzinssatz abzüglich eines Geldmarktsatzes als Kupon aus.

Zerlegung

Entspricht einem gekauften Swap mit entsprechender Laufzeit über das zweifache Volumen der Anleihe.

Da der Kupon des Reverse Floaters nicht negativ werden kann hat der Emittent zusätzlich ein Cap mit Strike in Höhe des Fixzinsanteils des Kupons an den Investor verkauft.

Sensitivität

Der Preis des Reverse Floaters wird im wesentlichen vom Swapsatz des Papiers entsprechenden Laufzeit bestimmt.

Darüber hinaus wirken sich steigende Cap Volatilitäten positiv auf den Preis aus.

Chance

Je niedriger die Geldmarktzinsen, um so höher ist der Kupon. Der Investor erhält in einer niedrigen Zinslandschaft hohe Zinserträge.

Risiko

Bei steigenden Zinsen fällt der Preis des Reverse Floaters etwa doppelt so stark wie der einer vergleichbaren Plain Vanilla Anleihe.

7.12. Double Reverse Floater

Ein Double Reverse Floater schüttet einen hohen Fixzinssatz abzüglich des zweifachen Geldmarktsatzes als Kupon aus.

Zerlegung

Entspricht einem gekauften Swap mit entsprechender Laufzeit über das dreifache Volumen der Anleihe.

Da der Kupon des Double Reverse Floaters nicht negativ werden kann hat der Emittent zusätzlich ein Cap mit Strike in Höhe des halben Fixzinsanteils des Kupons über das zweifache Volumen an den Investor verkauft.

Sensitivität

Analog zum Reverse Floater

Chance

Analog zum Reverse Floater.

Risiko

Bei steigenden Zinsen fällt der Preis des Double Reverse Floaters etwa dreimal so stark wie der einer vergleichbaren Plain Vanilla Anleihe.

7.13. Collared Floater

Als Collared Floater werden Gledmarktfloater bezeichnet, die sowohl mit einer Zinsuntergrenze als auch mit einer Zinsobergrenze ausgestattet sind.

Kommt nur eine der beiden Grenzen zu tragen, so bezeichnet man diese als Capped Floater oder Floored Floater.

Zerlegung

Bezahlt der Floater einen Auf- oder Abschlag auf EURIBOR, so entspricht dies einer Annuität.

Der Emittent hat ein Cap mit Strike in Höhe der Zinsobergrenze vom Investor gekauft und ein Floor mit Strike in Höhe der Zinsuntergrenze an den Investor verkauft.

Sensitivität

Der Preis des Floaters hängt grundsätzlich von der gesamten Struktur der Zins- und Volatilitätskurve ab.

Tendenziell wird der Preis fallen, wenn der Swapsatz bis zum Enddatum steigt.

Wie sich Änderungen der Cap Volatilitäten auswirken, hängt davon ab welche Option mehr am Geld ist.

Chance

Der Investor ist bei niedrigen Geldmarktzinsen durch die Zinsuntergrenze abgesichert und kann bei Zinserhöhungen bis zur Zinobergrenze profitieren.

Risiko

Die Zinserträge sind durch die Zinsobergrenze beschränkt.

7.14. CMS Floater

Der CMS Floater bezahlt einen variablen Kupon, der nicht an den Geldmarkt, sondern an einen Swapsatz mit konstanter Laufzeit gebunden ist.

Zerlegung

Entspricht einem CMS Swap, wobei der Emittent den an den Swapsatz gebundenen Zinssatz bezahlt und den Geldmarktsatz erhält.

Die in Österreich weit verbreiteten SMR gebundenen Anleihen können unter der Annahme, daß sich die Sekundärmarkt Rendite wie ein Swapsatz mit konstanter Laufzeit verhält, mit CMS Floatern verglichen werden.

Sensitivität

Das Preisverhalten des CMS Floaters ist weniger vom absoluten Niveau der Zinssätze, als von der Form der Zinskurve abhängig.

Der Preis des CMS Floaters fällt, wenn sich die Zinskurve verflacht.

Chance

Durch den variablen Kupon profitiert der Investor von hohen Swapsätzen. Bei parallelen Zinsbewegungen bleibt der Preis stabil.

Risiko

Geringer Kupon bei niedrigen Swapsätzen. Größere Kursverluste sind zu erwarten, wenn die Zinskurve invers wird.

7.15. FX Linked Bond

Ein FX Linked Bond ist dadurch gekennzeichnet, daß der Tilgungsbetrag vom Wert eines Wechselkurses am Laufzeitende abhängt. Die Kuponzahlungen können verschieden sein, wir nehmen sie als fix an.

Zerlegung

Die FX Komponente kann durch ein FX Termingeschäft bis zum Laufzeitende oder einen Cross Currency Swap ohne Kapitaltausch zu Beginn mit Fixzinssätzen von null auf beiden Seiten dargestellt werden.

Die fixen Kuponzahlungen entsprechen zusätzlich einem gekauften Swap.

Sensitivität

Neben dem Swapsatz der Stammwährung ist der Preis des FX Linked Bonds wesentlich vom Devisenterminkurs abhängig, also vom Wechselkurs und der Zinsdifferenz der Swapsätze beider Währungen.

Chance

Durch richtige Einschätzung der Wechselkursentwicklung läßt sich eine höhere Rendite generieren.

Risiko

Der Investor trägt je nach Ausstattung das volle Währungsrisiko einer Fremwährungsveranlagung oder eines Fremdwährungskredits.

Kapitalverluste sind möglich.

7.16. FX Coupon Bond

Bei dem FX Coupon Bond ist die Höhe des Kupons an einen Wechselkurs gekoppelt.

Liegt der Kurs zum Beobachtungszeitpunkt unter dem Strike, so erhält der Investor für die relevante Periode einen über dem Markt liegenden fixen Kupon. Andernfalls erhält er einen niedrigen, fixen Kupon.

Der Zeitpunkt der Beobachtung, am Beginn oder am Ende der Periode beeinflußt den Preis des Papiers deutlich.

Zerlegung

Die FX Komponente setzt sich aus einer Serie von Digitalen FX Optionen zusammen. Der Emittent verkauft einen Digitalen FX Call bzw. kauft einen Digitalen FX Put.

Der Fixzinsvereinbarung entspricht ein gekaufter Swap.

Sensitivität

Der Preis fällt, wenn der Swapsatz steigt.

Ein Ansteigen der Devisenterminkurse, d.h. Anstieg des Wechselkurses oder eine entsprechende Änderung der Zinsdifferenz, wirkt sich negativ auf den Preis aus.

Liegen die Devisentermikurse oberhalb der Strikes, so beeinflußt ein Anstieg der FX Volatilität den Preis positiv, liegen die Forward Kurse unter dem Strike, so wirken sich steigende FX Volas negativ aus.

Chance

Eine schwache Wechselkursentwicklung resultiert in hohe attraktive Kupons.

Risiko

Das Risiko ist durch Mindestkupon begrenzt.

7.17. Dual Dedemption Note

Der Emittent der Dual Redemption Note besitzt das Recht, die Tilgungswährung am Ende der (meist kurzen) Laufzeit zu bestimmen.

Der Wechselkurs zu dem das Nominale in die Fremdwährung gegebenenfalls umgerechnet wird, wurde im vorhinein festgelegt.

Zerlegung

Der Emittent besitzt das Recht, dem Investor am Ende der Laufzeit Fremdwährung zu verkaufen, er kauft vom Investor einen FX Put, Stammwährungs Call.

Sensitivität

Der Preis der Dual Redemption Note fällt bei schwacher Fremdwährung.

Steigende FX Options Volatilitäten wirken sich ungünstig auf den Preis des Papiers aus.

Chance

Hoher attraktiver Kupon bei richtiger Einschätzung der FX Entwicklung, d.h. nicht fallender Fremdwährung.

Risiko

Volles Down Side Risiko analog zu einer Fremdwährungsveranlagung. Dieses Risiko ist umso größer, je spekulativer und volatiler die Fremdwährung ist.

Kapitalverluste sind möglich.

7.18. Reverse Convertible

Der Emittent eines Reverse Convertibles (Cash or Share) besitzt die Wahlmöglichkeit, ob die Tilgung der Anleihe durch Rückzahlung des Nominalbetrages oder durch Lieferung von Aktien erfolgt.

Das Aktienverhältnis wird in vorhinein festgelegt.

Zerlegung

Der Emittent kauft vom Investor eine Put Option auf die zugrundeliegende Aktie.

Sensitivität

Der Preis des Reverse Convertibles fällt bei fallenden Aktienkursen.

Steigende implizite Aktien Volatilitäten wirken sich negativ auf den Preis aus.

Chance

Hoher attraktiver Kupon bei richtiger Einschätzung der Aktienentwicklung, d.h. nicht fallende Aktienkurse.

Risiko

Volles Down Side Risiko analog zu einer Direktveranlagung in Aktien. Dieses Risiko ist umso größer, je spekulativer und volatiler die zugrundeliegende Aktie ist.

Kapitalverluste sind möglich.

7.19. Kapitalgarantierte Produkte

Kapitalgarantien zeichnen sich dadurch aus, daß die Rückzahlung des Kapitals, oder sogar ein Mindestertrag am Ende der Laufzeit garantiert ist.

Darüber hinaus partizipiert der Investor an Steigerungen eines beliebigen Finanzinstruments, häufig Aktienindizes oder Aktien Baskets (Indexanleihe).

Die Höhe der Beteiligung an den Gewinnen ist durch den Partizipationsfaktor definiert.

Zerlegung

Die Struktur entspricht einem Zero Bond über dem Mindesttilgungsbetrag plus einer verkauften Call Option auf den zugrunde liegenden Index oder Basket.

Das Volumen der Option wird durch den Partizipationsfaktor bestimmt.

Sensitivität

Der Preis des Kapitalgarantierten Produkts hängt einerseits von Preis des eingebetteten Zero Bonds ab.

Ein steigender Index oder steigende Index Volatilitäten wirken sich positiv auf den Marktpreis des Papiers aus.

Chance

Hohes Ertragspotential durch starke Performance des Underlyings.

Risiko

Durch Kapital- oder Ertragsgarantie abgesichert.

7.20. Convertible

Der Investor besitzt zu bestimmten Zeitpunkten das Recht, den Convertible (Wandelanleihe) in Aktien zu Wandeln.

Das Wandlungsverhältnis ist a priori definiert.

Zerlegung

Im Allgemeinen ist eine Zerlegung nicht möglich, da die Entscheidung des Investors von Kurs und Volatilität der Aktie, wie auch vom Zinsniveau abhängt.

Für den Sonderfall, daß der Investor am Ende der Laufzeit ein einmaliges Wandlungsrecht besitzt, läßt sich der Convertible als verkaufte Call Option auf die zugrundeliegende Aktie darstellen.

Bei einer Fixzinsvereinbarung ist zusätzlich ein gekaufter Swap zu berücksichtigen.

Sensitivität

Der Preis des Convertibles steigt bei steigenden Aktienkursen und steigenden impliziten Aktien Volatilitäten.

Chance

Ertragspotential durch Kursgewinne der Aktie

Risiko

Das Wandlungsrecht kann wertlos verfallen, Kapital und Mindestertrag sind jedoch garantiert.

7.21. Dynamic Collared Floater

Der Dynamic Collared Floater (Rachett Floater) ist ein Geldmarktfloater mit Aufschlag, wobei das Ausmaß der Änderungen des Kupons von Periode zu Periode beschränkt ist.

Der Kupon einer Periode kann maximal um einen definierten Satz über ober unter dem Kupon der Vorperiode liegen, versäumte Anstiege werden später nachgeholt.

Zerlegung

Eine Zerlegung in Standardprodukte ist wegen der Pfadabhängigkeit der Optionen nicht möglich.

Sensitivität

Je steiler die Zinskurve, desto geringer ist der Preis des Dynamic Collared Floaters.

Die Auswirkung der Volatilität ist davon abhängig, ob eher die Dynamischen Floors oder die Dynamische Caps schlagend werden.

Chance

Bei moderat steigende Geldmarktzinsen wird der Aufschlag lukriert.

Bei stark fallenden Geldmarktzinsen profitiert man vom Dynamischen Floor.

Risiko

Hohe Zinsanstiege am Geldmarkt werden nicht mitgemacht.

7.22. Range Accrual Note

Bei der Range Accrual Note beobachten wir laufend einen Geldmarktzinssatz.

Für jeden Tag, an dem sich der Zinssatz in der vorgegebenen Range befindet, ist der Kupon ein hoher Zinssatz, andernfalls ist er gering.

Zerlegung

Entspricht einer Serie von gekauften Digitalen Caps mit Strike in Höhe des oberen Randes der Range, und einer Serie von gekauften Digitalen Floors mit Strike in Höhe des unteren Randes der Range,

Sensitivität

Der Preis der Range Accrual Note fällt, wenn die Forward Rates stark steigen oder stark fallen.

Ein Anstieg der Volatilität bewirkt einen geringeren Preis, wenn die Forward Rates in der Range liegen. Liegen diese bereits außerhalb der Range, so wirkt sich ein Anstieg positiv auf den Preis des Papiers aus.

Chance

Attraktiver Kupon bei geringen Bewegungen der Geldmarktzinsen.

Risiko

Geringer Kupon bei starken Bewegungen der Geldmarktzinsen.

8. LITERATUR

Gallitz L.: Financial Engineering

Fabozzi, F.J.: The Handbook of Fixed Income Securities

Fabozzi, F.J.: Advances in Fixed Income Valuation, Modeling and Risk Management

Hull, J.: Options, Futures, and other Derivative Secutities

Rebonato, R.: Interest Rate Option Models

Sommerer H.: Praktisches Währungs- und Zinsmanagement

9. INHALT

1. DIE ZINSKURVE

2. SWAPS IN DER PRAXIS

3. OPTIONSTHEORIE

6. STRUKTURIERTE PRODUKTE

7. PRODUKTBEISPIELE